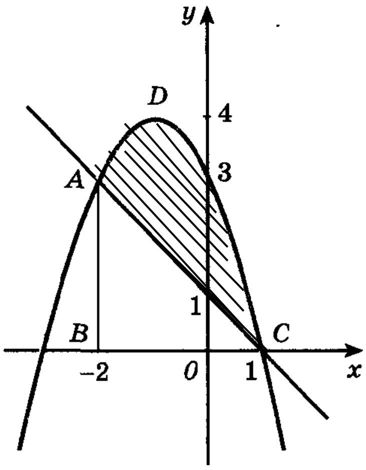
17.01.24 математика 1ст

Тема: «Вычисление определенного интеграла»



■ **Пример 3.** Вычислим площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 1 - x$ и $y = 3 - 2x - x^2$.

Нарисуем эти линии (рис. 124) и найдем абсциссы точек их пересечения из уравнения $1 - x = 3 - 2x - x^2$. Решая это уравнение, находим $x = 1$ и $x = -2$. Искомая площадь может быть получена как разность площадей криволинейной трапеции $BADC$ и треугольника BAC. По формуле (2) имеем:

$$S_{BADC} = \int_{-2}^{1} (3 - 2x - x^2)\, dx = \left(3x - x^2 - \frac{x^3}{3}\right)\Bigg|_{-2}^{1} =$$

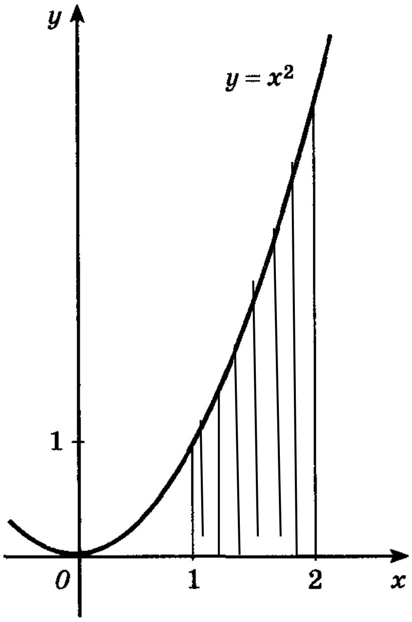
$$= \left(3 - 1 - \frac{1}{3}\right) - \left(3 \cdot (-2) - (-2)^2 - \frac{(-2)^3}{3}\right) = 9.$$

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 3 = \frac{9}{2}.$$

Следовательно, площадь закрашенной фигуры равна:

$$S = S_{BADC} - S_{\Delta ABC} = 9 - \frac{9}{2} = \frac{9}{2} = 4{,}5.$$

Пример: Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y(x) = x^2$, $y = 0$, $x = 1$, $x = 2$.



$S = \int_1^2 y(x)\,dx = x^3/3 \Big|$ $\begin{matrix}1\\2\end{matrix}$

$$S = F(2) - F(1) = \frac{2^3}{3} - \frac{1^3}{3} = \frac{7}{3}.$$

Упражнения

Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями (353—354).

353. а) $y = x^2$, $y = 0$, $x = 3$; б) $y = \cos x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = \frac{\pi}{2}$;

Таблица первообразных:

$f'(x)$	$F(x) + C$
k – число	kx
x	$\frac{x^2}{2}$
x^2	$\frac{x^3}{3}$
x^n	$\frac{x^{n+1}}{n+1}$
e^x	e^x
$\frac{1}{x}$	$\ln x$
$\frac{1}{x^2}$	$-\frac{1}{x}$
$\sin x$	$-\cos x$
$\cos x$	$\sin x$
$\frac{1}{\cos^2 x}$	$\operatorname{tg} x$
$\frac{1}{\sin^2 x}$	$-\operatorname{ctg} x$
$\frac{1}{\sqrt{x}}$	$2\sqrt{x}$
$\frac{1}{kx+b}$	$\frac{1}{k} \cdot \ln(kx+b)$
$(kx+b)^p$	$\frac{(kx+b)^{p+1}}{p+1}$
$\sin(kx+b)$	$-\frac{1}{k} \cdot \cos(kx+b)$
$\cos(kx+b)$	$\frac{1}{k} \sin(kx+b)$
e^{kx+b}	$\frac{1}{k} \cdot e^{kx+b}$